

Mekanik fk V, 5C1114, Lösningar till Kontrollskrivning 1  
KS1, HT03, 2003 09 26, kl 12.00-14.00

**Uppgift 1:**

Betrakta ett partikelsystem bestående av 2 partiklar. Dessa har massorna  $m_1 = 2M$  och  $m_2 = M$  och, vid en viss tidpunkt, hastigheterna  $\mathbf{v}_1 = v\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y$  och  $\mathbf{v}_2 = 3v\mathbf{e}_x + 4v\mathbf{e}_y$ . Beräkna, vid denna tidpunkt,

a) systemets rörelsemängd  $\mathbf{p} = \sum_{k=1}^2 m_k \mathbf{v}_k = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = 2M(v\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_y) + M(3v\mathbf{e}_x + 4v\mathbf{e}_y) = [(2M)v + M(3v)]\mathbf{e}_x + [(2M)v + M(4v)]\mathbf{e}_y = Mv(5\mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_y)$ .

b) systemets masscentrumhastighet: Ur  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}_G$  fås  $\mathbf{v}_G = \mathbf{p}/m$ . Här är  $m = 2M + M = 3M$  så  $\mathbf{v}_G = (1/3M)Mv(5\mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_y) = v[(5/3)\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y]$ ,

c) systemets kinetiska energi  $T = T_1 + T_2 = (1/2)2M[v^2 + v^2] + (1/2)M[(3v)^2 + (4v)^2] = (29/2)Mv^2$ . Men  $T = T_G + T_{\text{rel}} = (1/2)m\mathbf{v}_G^2 + \sum_i (1/2)m_i \mathbf{v}_{i\text{rel}}^2$ .

Här är  $T_G = (1/2)3M v^2[(5/3)^2 + 2^2] = (61/6)Mv^2$ .

Således blir  $T_{\text{rel}} = T - T_G = (29/2)Mv^2 - (61/6)Mv^2 = (13/3)Mv^2$ .

**Uppgift 2:**

a) Sambandsformeln för hastigheter i en stel kropp är  $\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{BA}$ . Antag plan rörelse och att  $\boldsymbol{\omega} = \omega\mathbf{e}_z$ . De två komponenterna av sambandsformeln längs cylinderbasvektorerna är:  $v_{Ar} = v_{Br}$  och  $v_{A\theta} = v_{B\theta} + r_{BA}\omega$ .

b) Ur  $\mathbf{0} = \mathbf{v}_O + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{OC}$  fås  $\mathbf{0} = (v_x\mathbf{e}_x + v_y\mathbf{e}_y) + \omega\mathbf{e}_z \times (x_C\mathbf{e}_x + y_C\mathbf{e}_y)$ . x- och y-komponenterna blir  $0 = v_x - \omega y_C$  respektive  $0 = v_y + \omega x_C$ . Svaret är alltså  $x_C = -v_y/\omega$ ,  $y_C = v_x/\omega$ .

c) I en mekanism rör sig en vevstake AB i ett plan. Änden A är fäst vid periferin på ett hjul som roterar med vinkelhastighet  $\omega$ , kring en fix axel, och änden B glider i ett rakt fixt spår EF, se Figur 1. Rita en snygg figur och konstruera momentancentrum för vevstaken AB.

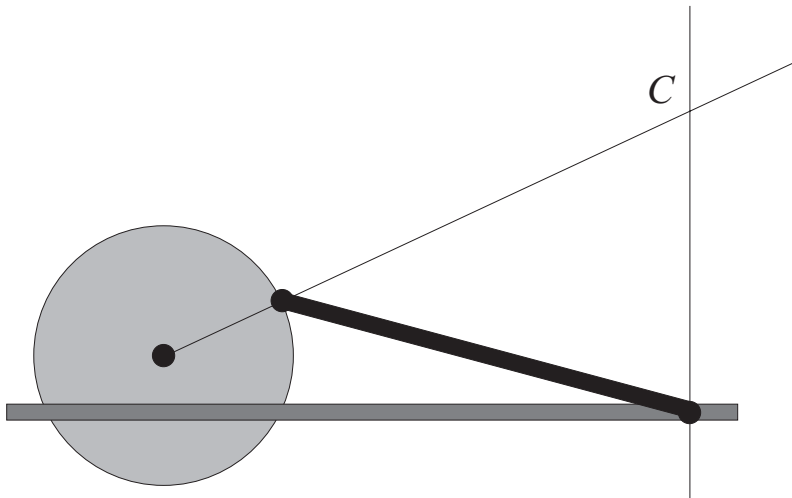


Figure 1: Momentancentrum fås som skärningen mellan linjer vinkelräta mot hastigheterna. Således i punkten C i figuren.