

Mekanik för I1 SG1109, Kontrollskrivning
KS1, VT09, 2009 03 02, kl 08.00-10.00

Uppgift 1:

- a) Ett kraftsystem har kraftmomentet \mathbf{M}_B , med avseende på en punkt B , och kraftsumman \mathbf{F} . Härled ett uttryck för kraftmomentet \mathbf{M}_A för detta kraftsystem med avseende på en annan punkt A .
- b) Beräkna masscentrums läge för en halvcirkelbåge!
- c) Ett parallellkraftsystem består av tre krafter $\mathbf{F}_1 = 3\mathbf{e}_z$ N, $\mathbf{F}_2 = 5\mathbf{e}_z$ N, $\mathbf{F}_3 = -2\mathbf{e}_z$ N. Deras angreppspunkter är $\mathbf{r}_1 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y$ m, $\mathbf{r}_2 = 1\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y$ m, $\mathbf{r}_3 = 4\mathbf{e}_x$ m. Beräkna kraftresultantens angreppspunkt i xy -planet.

Uppgift 2:

- a) En vektor \mathbf{A} beror på tiden men har konstant längd. Visa att derivatan av vektorn $\dot{\mathbf{A}}$ är vinkelrät mot vektorn.
- b) Beräkna kastvidden (d.v.s. hur långt man kommer på plant underlag) för en kastparabel med begynnelsehastighet $\mathbf{v}(0) = v_0(\cos\beta\mathbf{e}_x + \sin\beta\mathbf{e}_y)$
- c) En partikel rör sig i en cirkelbana med radien R . Tag fram uttryck för läge, hastighet och acceleration med hjälp av cylinderkoordinater och motsvarande basvektorer $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$.

Varje deluppgift ger noll, en halv, eller en (0, 0.5, 1) poäng. På denna KS 1 kan man högst få 6 poäng. På båda kontrollskrivningar tillsammans kan man få maximalt 12 poäng. För godkänt fordras minst 4 poäng sammanlagt.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

Svar till KS1 för I1, VT09, 2009 03 02

Uppgift 1:

a) Detta finns på sidan 37, formel (2.14), i Nybergs Mekanik Grundkurs. Svaret är,

$$\mathbf{M}_A = \sum_k \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F}_k + \mathbf{M}_B = \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F} + \mathbf{M}_B$$

Det är viktigt att beviset avser ett *system* av krafter, inte *en* kraft.

b) I Nybergs Mekanik Grundkurs i avsnitt 4.5 härleds,

$$x_G = \frac{\sin \alpha}{\alpha} R,$$

för cirkelbåge med öppningsvinkel 2α . För halvcirkelbåge sätts alltså $\alpha = \pi/2$ så att svaret blir,

$$x_G = \frac{2R}{\pi}.$$

c) Den almäna formeln tas fram i formel (2.26) i Nybergs Mekanik Grundkurs. Den är

$$x = \frac{\sum_k x_k F_k}{\sum_k F_k}, \quad y = \frac{\sum_k y_k F_k}{\sum_k F_k}.$$

Med värden insatta fås att ($\sum_k F_k = 6 \text{ N}$),

$$x = \frac{1}{2} \text{ m}, \quad y = \frac{19}{6} \text{ m}.$$

Uppgift 2:

a) Sid. 124, formlerna (6.3)-(6.5) i Nybergs Mekanik Grundkurs ger utförligt svar. Notera att antagandet att vektorn är radie i en *cirkel* är ett specialfall. För konstant längd fordras generellt att vektorn är radie i en *sfär*.

b) Det antas att y -axeln är vertikal uppåt och att tyngdaccelerationen är g samt att β är elevationsvinkeln, enligt standardbeteckningar. Då är kastvidden,

$$x_2 = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g}.$$

Härledning på sid 144, Exempel 6.12 Nybergs Mekanik Grundkurs.

c) Allmän härledning på sid 157, formlerna (6.50)-(6.52) Nybergs Mekanik Grundkurs. Specifikt för cirkelbana sätts alla tidsderivator av radien till noll så att svaret blir:

$$\mathbf{r} = R \mathbf{e}_r,$$

$$\mathbf{v} = R\dot{\theta} \mathbf{e}_\theta,$$

$$\mathbf{a} = -R\dot{\theta}^2 \mathbf{e}_r + R\ddot{\theta} \mathbf{e}_\theta.$$

Rättning av KS1 för I1, VT09, 2009 03 02

Allmänt gäller att varje deluppgift som är helt rätt besvarad ger 1 poäng.

Förkortningen *VS* står för problem med vektorstreck.

Vektorstorheter skall ha vektorstreck och skalära storheter skall ej ha vektorstreck. I allmänhet dras 0,5 poäng för denna feltyp.

OBS: I det sammanlagda KS-resultatet ($KS1 + KS2$) rundas halvpoäng av *nedåt* för beräkning av slutbetyg på teoridelen av tentamen.

Uppgift 1:

- a) Rätt svar men fel härledning ger 0,5 poäng. Saknas vektorstreck blir det 0 poäng.
- b) Cirkelbågesvaret med allmänt α ger 0,5 poäng.
- c) Felräkning av mindre allvarligt slag ger 0,5 poäng.

Uppgift 2:

- a) Härledning för specialfallet cirkel ger 0,5 poäng. Om vektorstreck saknas blir det 0 poäng eftersom det är helt avgörande i denna uppgift.
- b) Mindre räknefel ger 0,5 poäng.
- c) Generella formler men ej specificeraqt till cirkelbana ger 0,5 poäng.